

УДК [378.016:519.12]:004.358

DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-25-33

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ВУЗЕ

Куликова Ольга Валентиновна,
кандидат педагогических наук, доцент,
e-mail: kulikova@usurt.ru

Куликова Ирина Валерьевна,
старший преподаватель,
e-mail: ivkulikova@usurt.ru

ФГБОУ ВО «Уральский государственный университет путей сообщения»,
г. Екатеринбург, РФ



Аннотация. В работе представлены методические рекомендации по проведению демонстрационных экспериментов с использованием имитационного моделирования на начальном этапе формирования понятий теории вероятностей в вузе. Предложена модель имитации наступления случайного события псевдослучайным числом с равномерным законом распределения в интервале от нуля до единицы, которое создается генератором случайных чисел специальными функциями в электронных таблицах или в системах компьютерной математики. Содержание модели имитации случайного события включает подробное вербальное описание и образное представление в виде структурно-логической схемы, что создает благоприятные условия для ее понимания. Авторами выделены такие этапы в раскрытии содержания понятия «имитация наступления случайного события» как восприятие модели имитации наступления случайного события, наблюдение генерации псевдослучайных чисел, программирование циклических алгоритмов генерации псевдослучайных чисел.

Ключевые слова: имитационное моделирование, вероятность случайного события, относительная частота случайного события, демонстрационный эксперимент, системы компьютерной математики

Для цитирования: Куликова, О.В. Имитационное моделирование случайных событий в преподавании теории вероятностей в ВУЗе / О.В. Куликова, И.В. Куликова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 25–33. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-25-33.



Постановка проблемы. Формирование понятий теории вероятностей у студентов вуза выступает важным компонентом математической подготовки образовательной программы будущего специалиста или бакалавра. Сложное восприятие вероятностных закономерностей во

многим затрудняет понимание студентами существенных взаимосвязей случайных явлений и процессов. Содержание учебного материала вузовского курса теории вероятности расширяет систему знаний и умений студентов, сформированную в школьном курсе математики, и

включает не только изложение теорем и формул, но и применение их для решения стандартных задач. Современные возможности информационных и мультимедийных технологий позволяют включить имитационное моделирование как инструмент познания в проведение демонстрационного и лабораторного эксперимента по наблюдению и исследованию случайных событий.

Анализ актуальных исследований. Использование в учебном процессе имитационного моделирования привлекает внимание преподавателей различных дисциплин по нескольким направлениям. Введение в процесс решения практико-ориентированных задач по математике специализированных программ, имитирующих реальные чрезвычайные ситуации в сфере пожарной и техносферной безопасности, нештатные ситуации в управлении воздушным движением рассматриваются в работах [8; 9]. Применение в системе моделирования *AnyLogic* различных имитационных моделей при выполнении лабораторных и курсовых работ, дипломного проектирования представлено в работах [4; 15].

Включение компьютерных симуляторов и математических пакетов в виртуальные лабораторные работы на аудиторных и выездных занятиях в вузовском курсе математики для студентов технических специальностей рассмотрено в работах [18-20]. Проектирование методического и дидактического обеспечения по выполнению студентами заданий с элементами имитационного моделирования требует понимания функционирования многоаспектной электронной образовательной среды [2], информационных и цифровых технологий [1], различных видов моделирования [24].

Цель статьи: *разработка методического обеспечения по применению имитационного моделирования случайных событий при изучении студентами вузовского курса теории вероятностей.*

Изложение основного материала.

Формирование представления об имитационном моделировании как процессе создания модели реальной системы и постановки компьютерного эксперимента на этой модели для изучения и прогнозирования ее поведения в целях улучшения характеристик рассматриваемой системы [21] можно включить в вузовский курс математики при изучении дифференциальных уравнений и теории вероятностей. Математическая модель детерминированных взаимосвязей в виде дифференциальных уравнений используется для описания различных колебательных процессов [4]. Программное обеспечение компьютеров позволяет использовать специальные модули для написания программы по визуализации, например, сжатия и растяжения пружины с последующим построением различных графиков, необходимых для исследования параметров дифференциальных уравнений.

Применение имитационных моделей в преподавании теории вероятностей может начинаться на первом лекционном занятии. Понятие случайного события рассматривается как всякий факт, который может произойти или не произойти в результате опыта или испытания [22].

В школьном курсе информатики происходит знакомство старшеклассников с понятием случайных чисел, как числовой последовательности, в которой невозможно предсказать следующее число, даже зная все предыдущие [16]. В программное обеспечение современных компьютеров, ноутбуков, смартфонов встраиваются специальные функции, которые называются генераторами случайных чисел и воспроизводят псевдослучайные числа с различными законами распределений. Свойства псевдослучайных чисел во многом совпадают со свойствами случайных чисел, поэтому они широко используются в имитационном моделировании. Можно предложить студентам выявить аналогии между понятиями слу-

чайное событие и случайное число для замещения одного из них другим.

Модель имитации псевдослучайным числом наступления случайного события – это некий конструкт, содержание которого необходимо раскрыть при формировании понятия вероятности события для его возможного использования в имитационном моделировании. Построение в сознании студентов взаимосвязей какой-либо модели, адекватно отражающей объективную реальность, – это сложный педагогический процесс, требующий ее вербального и образного представления [23]. Раскрытие содержания понятия «имитация наступления случайного события» осуществляется после введения преподавателем классического и статистического определений вероятности события [13] и может включать три этапа – восприятие модели имитации наступления случайного события, наблюдение генерации псевдослучайных чисел, про-

граммирование циклических алгоритмов генерации псевдослучайных чисел.

Восприятие модели имитации наступления случайного события. Вербальное описание модели содержит информацию об источнике псевдослучайных чисел и условиях имитации. Наступление случайного события A имитируется генератором случайного числа ξ с равномерным законом распределения в интервале от 0 до 1. Если случайное число ξ меньше или равно вероятности $P(A)$ случайного события A , то это означает, что оно наступило. Если случайное число ξ больше вероятности $P(A)$ случайного события A , то это означает, что случайное событие не наступило. Образное представление модели имитации наступления случайного события выступает в виде структурно-логической схемы, которая отражает взаимосвязи псевдослучайного числа и вероятности события (рис. 1).

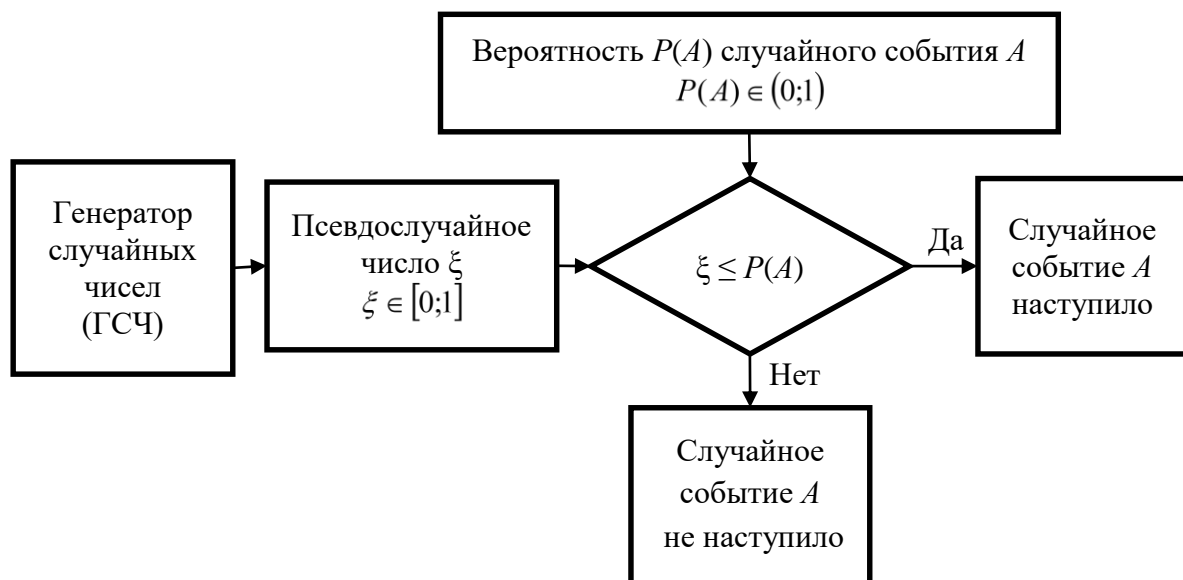


Рисунок 1 – Модель имитации наступления случайного события

Наблюдение генерации псевдослучайных чисел. Изучение теории вероятностей, как правило, начинается с рассказа преподавателя о таких случайных событиях как выпадение «орла» или «решки» при подбрасывании монеты, выпадении очков от одного до шести при бросании

игральной кости, извлечение белого или черного шара из урны, в которую предварительно были помещены белые и черные шары. Можно дополнить представленную информацию иллюстрацией имитации выпадения «орла» или «решки», которая осуществляется с использовани-

ем электронных таблиц *MS Excel* [3]. Они имеют в своей библиотеке математическую функцию, генерирующую случайное число (СЛЧИС), и логическую функцию импликации (ЕСЛИ), проверяющую условие на истину и ложь. Предложен-

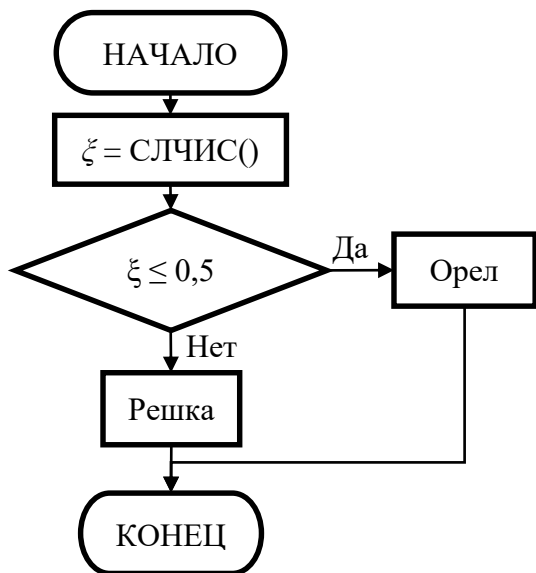


Рисунок 2 – Блок-схема имитации выпадения «орла» при подбрасывании монеты

Современные системы электронного обучения позволяют вывести на общий экран в мультимедийной аудитории или в виртуальном классе информацию с рабочего стола ноутбука или компьютера преподавателя. Лектор в режиме реального времени может войти в электронные таблицы *MS Excel* и ввести, например, в пять ячеек (A1: A5) функцию СЛЧИС (рис. 2). Студенты наблюдают появление различных чисел от 0 до 1 в каждой из этих ячеек. В соседних ячейках (B1:B5) размещается логическая функция ЕСЛИ и в процессе обсуждения в соответствующие разделы ее диалогового окна записывается информация о ее аргументах (условие появления «орла» или «решки»), а студенты при этом наблюдают появление слов «орел» или «решка» в ячейках B1:B5 (рис. 2).

Программирование циклических алгоритмов генерации псевдослучайных чисел. Имитировать многократно повторяющиеся подбрасывания монеты или иг-

ную имитацию можно рассматривать как алгоритм с ветвлением и представить его в виде блок-схемы (рис. 2), учитывая, что различные виды алгоритмов известны студентам из школьного и вузовского курсов информатики [14; 16].

Режим формул в *MS Excel*

| | A | B |
|---|----------|-------------------------------|
| 1 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A1<=0,5;"орел";"решка") |
| 2 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A2<=0,5;"орел";"решка") |
| 3 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A3<=0,5;"орел";"решка") |
| 4 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A4<=0,5;"орел";"решка") |
| 5 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A5<=0,5;"орел";"решка") |

Результат вычислений в *MS Excel*

| | A | B |
|---|---------|-------|
| 1 | 0,26400 | орел |
| 2 | 0,33580 | орел |
| 3 | 0,56711 | решка |
| 4 | 0,84535 | решка |
| 5 | 0,85977 | решка |

ральной кости в электронных таблицах *MS Excel* достаточно затруднительно, так как отсутствует возможность организации циклического алгоритма. Современные системы компьютерной математики [10] имеют различные инструменты для программирования и большую библиотеку встроенных функций, поэтому целесообразно использовать их в имитационном моделировании. При многократном проведении опытов или испытаний важно получить информацию о количестве наступлений исследуемого события. Автоматизацию подсчета выпадения «орла» в многократном подбрасывании монеты можно осуществить с помощью циклического алгоритма со счетчиком (рис. 3).

Если обучение математике проводится для студентов технических специальностей и направлений подготовки, не связанных с информационными технологиями, то представляется целесообразным познакомить их с прикладной программой *Mathcad* [5]. Эта система

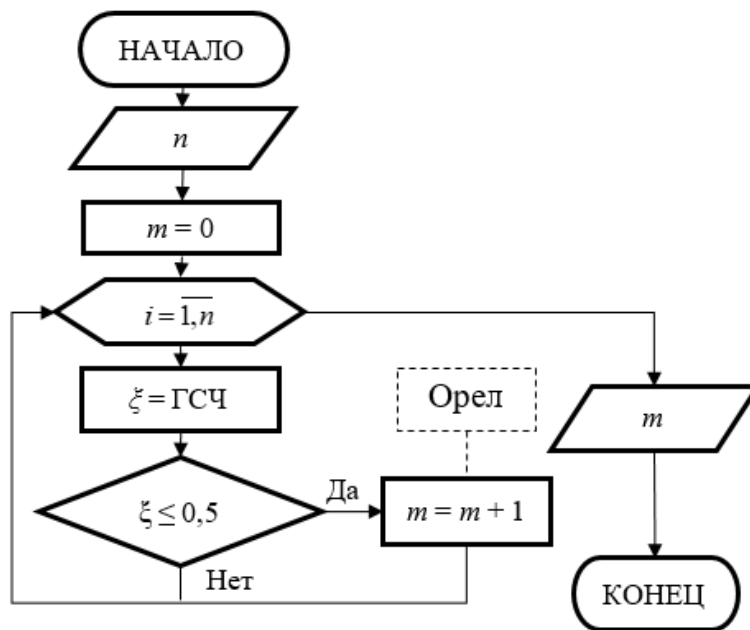
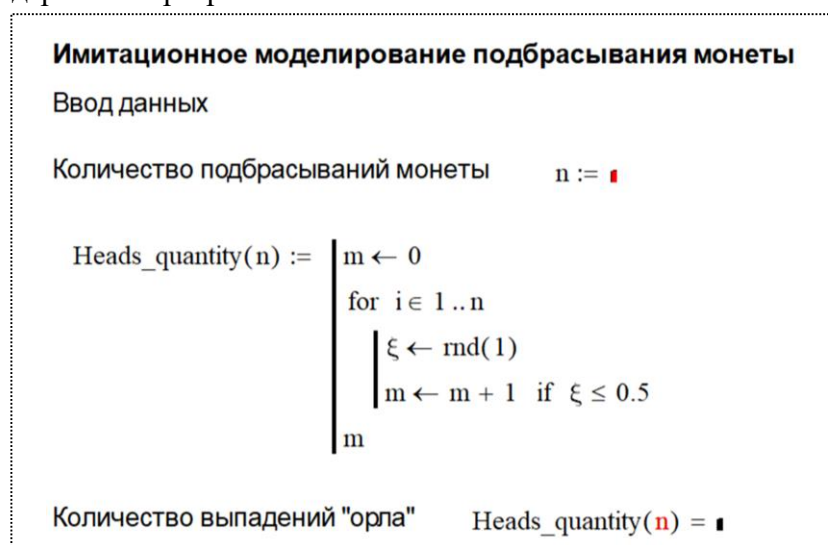


Рисунок 3 – Блок-схема имитации многократного выпадения «орла»

компьютерной математики предназначена для выполнения инженерных и научных расчетов, поэтому знакомство студентов с ее возможностями пригодится им для выполнения вычислений не только в курсовых работах по специальным дисциплинам, но и при написании дипломного проекта. Визуально-ориентированный язык программирования в системе *Mathcad* наглядно отражает этапы вычислений и не затрудняет восприятие студентами содержания программы.

Быстродействие современных компьютеров позволяет во много раз ускорить имитационное моделирование опытов Бюффона и Пирсона [13]. В режиме реального времени преподаватель с помощью мультимедийных технологий выводит на общий экран вход в систему *Mathcad* и открывает на рабочем столе файл с заранее подготовленной программой подсчета выпадения «орла» в многократных опытах (рис. 4).

Рисунок 4 – Программа подсчета выпадения «орла» в многократных опытах в системе *Mathcad*

Содержание представленной программы (рис. 4) отражает информацию о том, что имитация подбрасывания монеты в системе *Mathcad* осуществляется с помощью функции $\text{rnd}(1)$, которая выступает генератором псевдослучайных чисел с равномерным законом распределения.

Организация цикла со счетчиком имитирует многократное подбрасывание

монеты. Если преподаватель вводит в программу значение n , равное количеству подбрасываний монеты в опытах Бюффона и Пирсона, то в результате ее работы можно наблюдать появление значения m , равного количеству выпадений «орла», а затем зафиксировать полученные результаты в протоколе наблюдений (табл. 1).

Таблица 1 – Протокол наблюдений

| Опыт | Результаты опыта | | | | | | |
|--------|------------------|-------|-------------------|--------------|-------|----------------------|------------|
| | натурный | | | имитационный | | | $ w - w' $ |
| | n | m | $w = \frac{m}{n}$ | n' | m' | $w' = \frac{m'}{n'}$ | |
| Бюффон | 4040 | 2048 | 0,507 | 4040 | 1995 | 0,494 | 0,013 |
| Пирсон | 23000 | 11512 | 0,501 | 23000 | 11475 | 0,499 | 0,002 |

Сравнительный анализ результатов опытов по подбрасыванию монеты (табл. 1) демонстрирует студентам, что статистические вероятности или относительные частоты w и w' в натурном и имитационном эксперименте незначительно отличаются друг от друга, а модуль их отклонения уменьшается при увеличении количества испытаний.

Желательно обратить внимание студентов на то, что относительные частоты w и w' несущественно отличаются от вероятности выпадения «орла» при подбрасывании монеты, которая равна 0,5. Можно предложить студентам провести самостоятельно имитационное моделирование подбрасывания монеты, зафиксировать полученные результаты и сравнить их не только с результатами опытов Бюффона и Пирсона, но и полученными на лекции в ходе демонстрационного эксперимента.

Иллюстрация на лекционных занятиях содержания формулы полной вероятности, формулы Байеса, формулы Бернулли также может сопровождаться демонстрационным экспериментом с использованием имитационного моделирования серий испытаний [11; 12; 17].

Преподаватель представляет студентам блок-схему алгоритма имитации наступления составного случайного события и обсуждает с ними его отображение в программе вычислений, созданной в системе *Mathcad*.

Программы, которые использовались для имитационного моделирования на лекциях, можно использовать в учебных занятиях для выполнения лабораторно-практических заданий. Запись составленного преподавателем циклического алгоритма со счетчиком в системе *Mathcad* доступно для восприятия студентами даже со средней математической подготовкой. Можно провести вычислительный эксперимент для различных значений повторения опыта и построить графики различных зависимостей.

Успешность выполнения студентами учебного исследования с использованием имитационного моделирования повторяющихся опытов в системе *Mathcad* обеспечивается разработанной преподавателем подробной инструкцией проведения вычислительного эксперимента и составленной технологической картой, которая выступает ориентировочной основой учебной деятельности третьего типа [4]. Она содержит запись постановки задачи,

программы вычислений, форму таблицы для фиксации и анализа результатов имитационного эксперимента.

Студенты при выполнении лабораторно-практических заданий знакомятся с содержанием задачи, записывают листинг программы в системе *Mathcad*, вводят различные значения количества повторений опыта, записывают полученные результаты в таблицу, проводят их анализ, а в заключительной части работы ими формулируется вывод о вероятностных закономерностях.

Выводы. Применение имитационного моделирования в процессе изучения теории вероятностей создает благоприятные условия для развития у студентов когнитивных компетенций, которые отображают готовность выпускника к принятию эффективных решений в различных производственных ситуациях, опираясь на полученные в вузе знания и умения [7]. Знакомство с возможностями имитационного моделирования при изучении теории вероятностей вызывает интерес у студентов и позволяет им активно включиться в познавательную и исследовательскую деятельность.

1. Абраменкова, Ю.В. *Формирование цифровой грамотности обучающихся посредством использования современных электронных ресурсов* / Ю.В. Абраменкова // *Дидактика математики: проблемы и исследования*. – 2024. – № 2(62). – С. 59–65. – DOI 10.24412/2079-9152-2024-62-59-65.

2. Бадак, Б.А. *Об особенностях компьютерно-педагогического сопровождения в практико-ориентированной математической подготовке студентов технического университета* / Б.А. Бадак, Н.В. Бровка // *Дидактика математики: проблемы и исследования*. – 2023. – № 4(60). – С. 37–47. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-60-37-47.

3. Бильфельд, Н.В. *Методы MS Excel для решения инженерных задач: учебное пособие* / Н.В. Бильфельд, М.Н. Фелькер. – Санкт-Петербург : Лань, 2020. – 164 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/136174> (дата обращения:

25.08.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Веремчук, Н.С. *Имитационное моделирование в межпредметной интеграции учебных дисциплин* / Н.С. Веремчук // *Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий*. – 2023. – Т. 12, № 2. – С. 11–17. – DOI 10.24412/2225-8264-2023-2-11-17.

5. Воскобойников, Ю.Е. *Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME* / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 224 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/327599> (дата обращения: 27.08.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. Гальперин, П.Я. *Лекции по психологии: Учебное пособие для студентов вузов* / П.Я. Гальперин. – 2-е изд. – Москва : КДУ, 2005. – 400 с.

7. Гейн, А.Г. *Когнитивные компетенции в инновационных моделях математических курсов: монография* / А.Г. Гейн, В.П. Некрасов. – Екатеринбург : Уральский федеральный университет, 2014. – 108 с.

8. Горбачева, Д.А. *Эффективность имитационного моделирования в профессиональном образовании: развитие навыков и компетенций в безопасной среде* / Д.А. Горбачева, А.Е. Кругликов // *Проблемы современного педагогического образования*. – 2024. – № 83-1. – С. 65–67.

9. Гребенкина, А.С. *Имитационное моделирование в контексте практико-ориентированной математической подготовки будущих инженеров-спасателей* / А.С. Гребенкина // *Дидактика математики: проблемы и исследования*. – 2023. – № 3(59). – С. 21–28. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-59-21-28.

10. Дьяконов, В.П. *Тенденции развития компьютерной математики* / В.П. Дьяконов // *Системы компьютерной математики и их приложения*. – 2015. – № 16. – С. 8–13.

11. Куликова, О.В. *Имитационное моделирование случайных событий в курсе математики в транспортном вузе* / О.В. Куликова, И.В. Куликова // *Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе*. – 2019. – № 7. – С. 165–170. – DOI 10.25206/2307-5430-2019-7-165-170.

12. Куликова, О.В. *Имитационное моделирование независимых повторных испытаний средствами Mathcad в учебном процессе*

вуза / О.В. Куликова // *Современные проблемы науки и образования*. – 2013. – № 3. – С. 225.

13. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 551 с. – (Серия «Золотой фонд российских учебников»)

14. Лопатин, В.М. Информатика для инженеров / В.М. Лопатин. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 172 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/261494> (дата обращения: 27.08.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

15. Магомедов, К.А. Опыт преподавания имитационного моделирования в условиях цифровизации / К.А. Магомедов // *Образование от "А" до "Я"*. – 2024. – № 1. – С. 50–53.

16. Поляков, К.Ю. Информатика (базовый и углубленный уровни) (в 2 частях). 10 класс. Ч. 2 : учебник / К.Ю. Поляков, Е.А. Еремин. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019. – 352 с.

17. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024665638 Российская Федерация. Имитационное моделирование некоторых случайных событий : № 2024664330 : заявл. 21.06.2024 : опубли. 03.07.2024 / И.В. Куликова ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный университет путей сообщения».

18. Скафа, Е.И. Реализация методики практико-ориентированного обучения математике будущих инженеров пожарной и технологической безопасности / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсеева, А.С. Гребенкина // *Перспективы науки и образования*. – 2024. – № 4(70). – С. 257–273. – DOI 10.32744/pse.2024.4.16.

19. Скафа, Е.И. Цифровой подход к формированию способов действий по математическому моделированию в инженерном образовании / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсеева, М.Е. Королев // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки*. – 2023. – Т. 25, № 92. – С. 55–62. – DOI 10.37313/2413-9645-2023-25-92-55-62.

20. Скафа, Е.И. Виртуальная лаборатория как система управления обучением математическому и компьютерному моделированию будущих инженеров / Е.И. Скафа, М.Е. Королев // *Педагогическая информатика*. – 2022. – № 1. – С. 30–40.

21. Строгалев, В.П. Имитационное моделирование : учебное пособие / В.П. Строгалев, И.О. Толкачева. – 3-е изд. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. – 295 с.

22. Трухан, А.А. Теория вероятностей в инженерных приложениях : учебное пособие / А.А. Трухан, Г.С. Кудряшев. – 4-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 368 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/211841> (дата обращения: 20.08.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

23. Шамало, Т.Н. Формирование понятия «модель» в процессе обучения физике / Т.Н. Шамало // *Формирование мышления в процессе обучения естественнонаучным, технологическим и математическим дисциплинам : Материалы всероссийской научно-практической конференции, Екатеринбург, 01–02 апреля 2019 года*. – Екатеринбург : Уральский государственный педагогический университет, 2019. – С. 12–17.

24. Ядровская, М.В. Обучение моделированию студентов технических специальностей / М.В. Ядровская // *Дидактика математики: проблемы и исследования*. – 2023. – № 3(59). – С. 46–52. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-59-46-52.



SIMULATION OF RANDOM EVENTS IN THE TEACHING OF PROBABILITY THEORY AT THE UNIVERSITY

Kulikova Olga,

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,

Kulikova Irina,

Senior lecturer,

Ural State University of Railway Transport,

Yekaterinburg, Russian Federation

Abstract. *The paper presents methodological recommendations for conducting demonstration experiments using simulation modeling at the initial stage of the formation of concepts of probability theory in higher education. A model is proposed to simulate the occurrence of a random event by a pseudorandom number with a uniform distribution law in the range from zero to one, which is created by a random number generator with special functions in spreadsheets or in computer mathematics systems. The content of the simulation model of a random event includes a detailed verbal description and a figurative representation in the form of a structural and logical scheme, which creates favorable conditions for its understanding. The authors have identified such stages in the disclosure of the content of the concept of "simulation of the occurrence of a random event" as the perception of a model for simulating the occurrence of a random event, observing the generation of pseudorandom numbers, programming cyclic algorithms for generating pseudorandom numbers*

Keywords: *simulation modeling, probability of a random event, relative frequency of a random event, demonstration experiment, computer mathematics systems.*

For citation: Kulikova O., Kulikova I. (2024). Simulation of random events in the teaching of probability theory at the university. *Didactics of Mathematics: Problems and Investigations*. No. 3(63), pp. 25–33. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-25-33.

Статья представлена профессором Е.Г. Евсеевой.

Поступила в редакцию 08.09.2024

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
МОО «Академия информатизации образования»



19–21 декабря 2024

VII Международная
научно-методическая
конференция

VII International
scientific and methodical
conference



19–21 December 2024

Эвристическое обучение математике (ЭОМ–2024)
Heuristic teaching of mathematics (НТМ–2024)
Первое информационное сообщение

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в VII Международной научно-методической конференции «Эвристическое обучение математике», которая будет проходить 19–21 декабря 2024 года **в дистанционном формате** на факультете математики и информационных технологий Донецкого государственного университета.